

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ν. ΗΜΑΘΙΑΣ**

**3^{ος} Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα
Μαθηματικά
«Η ΥΠΑΤΙΑ»**



Σάββατο 30 Οκτωβρίου 2010

Α΄ Γυμνασίου

Θέμα 1ο

Γράφουμε τη λέξη ΥΠΑΤΙΑ ξανά και ξανά, τη μια δίπλα στην άλλη, χωρίς κενά, ώστε να σχηματιστεί η λέξη ΥΠΑΤΙΑΥΠΑΤΙΑΥΠΑΤΙΑΥΠΑΤΙΑ.....

Να προσδιορίσετε ποιο γράμμα βρίσκεται:

α) στη 10^η θέση

γ) στην 100^η θέση

β) στην 20^η θέση

δ) στη 2010^η θέση.

Λύση

- α)** Μετρώντας βρίσκουμε ότι στη $10^{\text{η}}$ θέση είναι το γράμμα Τ
Υπολογίζοντας: $10 = 6 \cdot 1 + 4$. Άρα το 4^ο γράμμα της λέξης ΥΠΑΤΙΑ, δηλαδή το Τ.
- β)** Μετρώντας βρίσκουμε ότι στη $20^{\text{η}}$ θέση είναι το γράμμα Π
Υπολογίζοντας: $20 = 6 \cdot 3 + 2$. Άρα το 2^ο γράμμα της λέξης ΥΠΑΤΙΑ, δηλαδή το Π.
- γ)** Υπολογίζοντας: $100 = 6 \cdot 16 + 4$ Άρα στην $100^{\text{η}}$ θέση βρίσκεται το 4^ο γράμμα της λέξης ΥΠΑΤΙΑ, δηλαδή το Τ.
- δ)** Υπολογίζοντας: $2010 = 6 \cdot 335 + 0$ Άρα στην $100^{\text{η}}$ θέση βρίσκεται το τελευταίο γράμμα της λέξης ΥΠΑΤΙΑ, δηλαδή το Α.

Θέμα 2ο

Να βρεθεί ένας τετραψήφιος αριθμός αν γνωρίζουμε ότι διαιρείται ακριβώς δια 2 και δια 5, το άθροισμα των ψηφίων του είναι 3 και όταν διαιρεθεί δια 7 αφήνει υπόλοιπο 1

Λύση

Αφού ο ζητούμενος αριθμός διαιρείται ακριβώς δια 2 και δια 5 είναι πολλαπλάσιο του 10, δηλαδή το τελευταίο ψηφίο του είναι το 0.

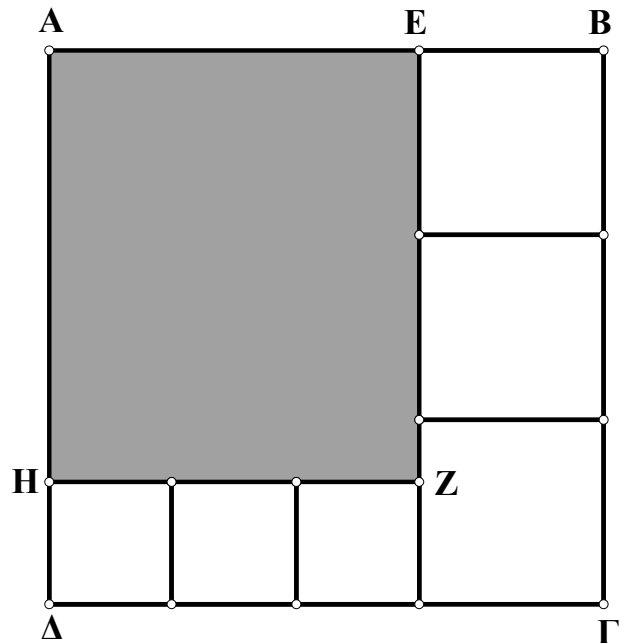
Οι τετραψήφιοι αριθμοί που είναι πολλαπλάσια του 10 και το άθροισμα των ψηφίων τους είναι 3 είναι οι εξής: 3000, 2100, 2010, 1200, 1020, 1110

Από τους έξι αυτούς αριθμούς ο μοναδικός που αφήνει υπόλοιπο 1 όταν διαιρείται με το 7 είναι ο **2010**.

Θέμα 3ο

Το τετράγωνο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος έχει πλευρά 18 εκατοστά και αποτελείται από 6 τετράγωνα και ένα ορθογώνιο ΑΕΖΗ.

Να βρεθεί η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΕΖΗ.



Λύση

Επειδή η πλευρά ΒΓ είναι 18 εκατοστά και σε αυτή την πλευρά υπάρχουν ακριβώς τρία ίσα τετράγωνα το καθένα από αυτά έχει πλευρά ίση με $18 : 3 = 6$ εκατοστά. Επομένως η πλευρά ΑΕ είναι ίση με $18 - 6 = 12$ εκατοστά.

Το καθένα από τα άλλα τρία τετράγωνα έχει πλευρά ίση με $(18 - 6) : 3 = 12 : 3 = 4$ εκατοστά. Συνεπώς η πλευρά ΑΗ είναι ίση με $18 - 4 = 14$ εκατοστά.

Άρα η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΕΖΗ είναι ίση με $ΑΕ + ΕΖ + ΖΗ + ΗΑ = 12 + 14 + 12 + 14 = 52$ εκατοστά.

Θέμα 4ο

Πόσοι είναι οι ακέραιοι αριθμοί

α) από το 0 ως το 99 που περιέχουν το ψηφίο 7;

β) από το 100 ως το 199 που περιέχουν το ψηφίο 7;

γ) από το 1000 ως το 1999 που περιέχουν το ψηφίο 7;

δ) από το 0 ως το 2010 που περιέχουν το ψηφίο 7;

Λύση

α) Οι ακέραιοι αριθμοί από 0 ως το 99 που περιέχουν το ψηφίο 7 είναι οι: 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97 και οι 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79.

Δηλαδή συνολικά $10 + 9 = \mathbf{19}$ αριθμοί.

β) Αντίστοιχα από το 100 ως το 199 είναι οι: 107, 117, 127, 137, 147, 157, 167, 177, 187, 197 και 170, 171, 175, 173, 174, 176, 178, 179.

Δηλαδή πάλι $10 + 9 = \mathbf{19}$ αριθμοί.

γ) Για να υπολογίσουμε το πλήθος των ζητούμενων αριθμών από το 1000 ως το 1999 εργαζόμαστε ως εξής:

Από το 1000 ως το 1099 είναι όσοι και από το 0 ως το 99, δηλαδή **19**.

Από το 1100 ως το 1199 είναι όσοι και από το 100 ως το 199, δηλαδή πάλι **19**.

Από το 1200 ως το 1299 οι αριθμοί είναι και εδώ **19**.

Από το 1300 ως το 1399 ομοίως **19**

Από το 1400 ως το 1499 ομοίως **19**

Από το 1500 ως το 1599 ομοίως **19**

Από το 1600 ως το 1699 ομοίως **19**

Από το 1700 ως το 1799 είναι όλοι, δηλαδή **100**

Από το 1800 ως το 1899 ομοίως **19**

Από το 1900 ως το 1999 ομοίως **19**

Συνεπώς στη χιλιάδα από 1000 ως το 1999 οι ζητούμενοι αριθμοί είναι : $19 \cdot 9 + 100 = 271$

δ) Εργαζόμενοι όπως και στο προηγούμενο ερώτημα βρίσκουμε ότι στη χιλιάδα από το 0 ως το 999 οι ζητούμενοι αριθμοί είναι : $19 \cdot 9 + 100 = 271$:

Από το 2000 ως το 2010 ο μοναδικός αριθμός που περιέχει το 7 είναι ο 2007.

Άρα συνολικά οι ακέραιοι αριθμοί από το 0 ως το 2010 που περιέχουν το ψηφίο 7 είναι: $271 + 271 + 1 = 543$